

Zeitungkehr und Elektronen- polarisation des RaE

Habilitationsschrift

zur Erlangung der Venia legendi
an der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Friedrich-Alexander-Universität
in Erlangen

vorgelegt von

Horst Wegener

Erlangen

1959

Dekan: Univ.-Prof. Dr. R. Fleischmann

1. Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr. R. Fleischmann

2. Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr. H. Volz



Tag des Colloquiums: 30. 5. 1959

Tag der Probevorlesung: 20. 6. 1959

Aus dem Physikalischen Institut der Universität Erlangen

Zeitumkehr und Elektronenpolarisation des RaE

Von

HORST WEGENER

Mit 1 Figur im Text

(Eingegangen am 18. Februar 1959)

Es wurde die longitudinale Elektronenpolarisation P der RaE-Elektronen für monoenergetische Elektronen mit Energien zwischen 120 und 290 keV gemessen. Man findet $P = -(0,75 \pm 0,02) v/c$. Eine Analyse dieses Resultates führt in Verbindung mit Formfaktormessungen zu Aussagen über die Zeitumkehr des β -Zerfalls. Bei V-A-Wechselwirkung mit $C_i = C'_i$ ist ein Zeitumkehrexperiment ein solches, welches die Phase Θ zwischen den eventuellen komplexen Kopplungskonstanten C_A und C_V mißt. $\Theta = 0$ bedeutet Zeitumkehr-Invarianz. Es ergibt sich: $\Theta = (1,6 \pm 8)^\circ$ in Übereinstimmung mit Rückstoßexperimenten an polarisierten Neutronen.

§ 1. Einführung

Der RaE- β -Zerfall ($1^- \rightarrow 0^+$) ist einfach verboten. Einfach verbotene Übergänge mit $\Delta I \neq 2$ lassen sich in der Regel durch die sog. ξ -Approximation behandeln. Betrachte dazu ein auf der Kernoberfläche entstehendes β -Zerfallselektron, das nach Verlassen des Atoms die Energie W besitzt. Am Entstehungsort (Kernradius ϱ) hat es zusätzlich die Coulomb-Energie* $\alpha Z/\varrho \approx 2\xi \gg W$. Die Wellenfunktion ψ_e des Elektrons hängt von ξ ab. Da $\xi \gg 1$, ist es zweckmäßig, ψ_e nach fallenden Potenzen von ξ zu entwickeln. Höhere Potenzen als ξ^1 kommen nicht vor.

Bei der Berechnung von Übergangswahrscheinlichkeiten w tritt $\psi_e^* \psi_e$ auf. Man sortiert das Resultat wieder nach fallenden Potenzen von ξ , erhält also Ausdrücke der Form

$$w = w_2 \xi^2 + w_1 \xi + w_0 + \dots \quad (1)$$

Die w_i hängen außer von der Elektronenenergie W bilinear von den Kernmatrixelementen ab. Da nun $\xi \gg 1$, genügt es meist, nur den ξ^2 -Term von w zu betrachten ($=\xi$ -Approximation). In dieser Näherung erhält man für $1^- \rightarrow 0^+$ -Übergänge Energiespektren mit erlaubter Form [Formfaktor $C(W) = \text{const}$] und volle Elektronenpolarisation ($P = -v/c$). Beide Fakten werden experimentell bestätigt.

* Wir setzen wie üblich $\hbar = c = m_e = 1$. Dann gilt $\xi(\text{RaE}) \sim 15$ und $1 \leq W \leq W_0 = 3,28$.

Das RaE bildet eine Ausnahme. Der Formfaktor erweist sich experimentell näherungsweise als $C(W) = \text{const}/W$ im Gegensatz zur ξ -Approximation^{1,2}. Nach YAMADA³ verliert diese Approximation aber ihre Gültigkeit, wenn die Kernmatrixelemente zufällig solche Werte annehmen, daß der in ihnen bilineare Ausdruck w_2 aus (1) anormal klein wird. Dann werden die nächsten beiden Glieder von (1) wichtig. Tatsächlich läßt sich der experimentelle Formfaktor in dieser Weise beschreiben^{1,3,4}.

Wenn die ξ -Approximation nicht zutrifft, wird auch die Elektronenpolarisation P in komplizierter Weise energieabhängig⁵. Man erwartet daher $P(\text{RaE}) \neq -v/c$. GEIGER et al.⁶ fanden durch Möller-Streuung, daß sehr wahrscheinlich $|P| < 1$ für $v/c \sim 1$; BÜHRING und HEINTZE⁷ erhielten bei einem Doppelstreuexperiment mit nicht monoenergetischen Elektronen für ein mittleres $v/c = 0,8$ den Wert $-P = 0,83 v/c$. In dieser Arbeit soll speziell die *Energieabhängigkeit* untersucht werden. Nach CURTIS und LEWIS⁵ lassen sich daraus Aussagen über die T -Invarianz der schwachen Wechselwirkung gewinnen ($T = \text{Zeitumkehr}$).

§ 2. Meßverfahren

Die Messung der longitudinalen Elektronenpolarisation P erfolgte durch Mott-Streuung nach Ablenkung in einem elektrostatischen Kugelfeld. Die Meßanordnung wurde an anderer Stelle⁸ ausführlich beschrieben. Sie hatte sich vorher bei Polarisationsmessungen bewährt^{8,9}. Die zunächst longitudinal polarisierten Elektronen werden durch das elektrische Ablenkkfeld transversal polarisiert. Das Ablenkkfeld dient gleichzeitig als Energieselektor. Die abgelenkten Elektronen treffen auf eine äußerst dünne Goldfolie und werden im Coulomb-Feld der Atomkerne gestreut (Mott-Streuung). Gibt man der Spinrichtung der transversal polarisierten Elektronen das Azimut $\varphi = 0$, so schreibt sich die Streuwahrscheinlichkeit:

$$w_s(\vartheta, \varphi) = f(\vartheta) [1 + P \cdot S(\vartheta) \cdot \sin \varphi]$$

$P = \text{Polarisationsgrad}$, $\vartheta = \text{Streuwinkel}$.

¹ PLASSMAN, E. A., u. L. M. LANGER: Phys. Rev. **96**, 593 (1954).

² WU, C. S.: The interaction in β -decay. In: Beta und Gamma Ray Spectroscopy, edit. by K. SIEGBAHN, p. 341. 1955.

³ YAMADA, M.: Progr. Theor. Phys. **10**, 245 (1953).

⁴ LEE-WHITING, G. E.: Phys. Rev. **97**, 465 (1955).

⁵ CURTIS, R. B., u. R. R. LEWIS: Phys. Rev. **107**, 543 (1957).

⁶ GEIGER, J. S., G. T. EWAN, A. L. GRAHAM u. D. R. MACKENZIE: Bull. Amer. Phys. Soc., Ser. II **3**, 51 (1958), AECL Report PD-298 (1958).

⁷ BÜHRING, W., u. J. HEINTZE: Z. Physik **153**, 237 (1958).

⁸ BIENLEIN, H., H. K. GÜTHNER, H. V. ISSENDORFF u. H. WEGENER: Nucl. Instrum. (im Druck).

⁹ BIENLEIN, H., G. FELSNER, H. K. GÜTHNER, H. V. ISSENDORFF u. H. WEGENER: Z. Physik **154**, 376 (1959).

Man mißt $w_s(\vartheta, \varphi)$ für $\varphi = 90^\circ$ und $\varphi = 270^\circ$ und bildet das Verhältnis:

$$w_s(\vartheta, 90^\circ)/w_s(\vartheta, 270^\circ) = [1 + P \cdot S]/[1 - P \cdot S].$$

Aus dem Verhältnis folgt $PS(\vartheta)$. Die Asymmetriefunktion $S(\vartheta)$ wurde von SHERMAN¹⁰ berechnet. Sie hängt von der Elektronenenergie W und von der Ordnungszahl Z des Streuers ab. Mit PS und S kennt man auch den gesuchten Polarisationsgrad P .

Die PS -Messung ist mit einer Reihe von Fehlern behaftet, die an anderer Stelle⁸ klassifiziert wurden. Zur Bestimmung der apparativen Asymmetrie dienten Vergleichsmessungen mit Al-Folien. Durch Justierung der Präparatlage bis zur symmetrischen Elektronenverteilung am Ort der Streufolie wurden der relativistische* Fehler $Bb)$ und der S -Fehler (Korrekturen an S wegen endlicher Raumwinkel) $Bc)$, durch Drehen des Nachweisteils um 180° der Schichtdickenfehler $Ba)$ ausgeschaltet. Die Korrekturen wegen wandgestreuter Elektronen $Ab)$, $Ad)$, wegen unvollständiger Spinumlenkung $Ae)$ und wegen endlicher Raumwinkel $Af)$ wurden wie in⁸ angebracht, die Störung $Ac)$ wegen Zweifach- und Kleinwinkelstreuung in der Streufolie nach¹¹ berücksichtigt. Die theoretischen Ausdrücke¹¹ für Zweifachstreuung und Kleinwinkelstreuung konnten kürzlich experimentell bestätigt werden^{8,12}. Eine Abschätzung über die Depolarisation in der Quelle erfolgt weiter unten.

Die zur Bestimmung von P aus PS nötige Funktion $S(\vartheta)$ wurde von SHERMAN¹⁰ für den Fall eines unabgeschirmten Coulomb-Feldes berechnet. Die Abschirmung durch die Elektronenhülle verändert den S -Wert etwas: $S(\vartheta) = S_{\text{Sher}}(\vartheta) + \Delta S_{\text{scr}}(\vartheta)$. Für Elektronenenergien $E > 200 \text{ keV}$ ist $\Delta S \sim 0$. Für $E = 121 \text{ keV}$ und $\vartheta = 120^\circ$ berechnen MOHR und TASSIE¹³: $\Delta S/S = -0,13$. Weitere theoretische $\Delta S/S$ -Werte fehlen bisher. Wir haben daher $S(\vartheta = 120^\circ)$ für $E = 209 \text{ keV}$ bzw. 155 keV bzw. 120 keV gemessen und mit S_{Sher} verglichen⁸. Unsere Resultate $(S_{\text{exp}} - S_{\text{Sher}})/S_{\text{Sher}} = 0,00 \pm 0,02$ bzw. $-0,05 \pm 0,02$ bzw. $-0,15 \pm 0,02$ stimmen mit der Erwartung überein. Der Wert $-0,15$ für 120 keV wurde kürzlich durch Doppelstreuexperimente von NELSON und PIDD¹⁴ bestätigt.

* Der Streuquerschnitt hängt von E und ϑ ab, und zwar relativistisch verschieden für Au und Al.

¹⁰ SHERMAN, N.: Phys. Rev. **103**, 1601 (1956).

¹¹ WEGENER, H.: Z. Physik **151**, 252 (1958).

¹² KETELLE, B. H., A. R. BROSI, A. GALONSKY u. H. B. WILLIARD: Privatmitteilungen.

¹³ MOHR, C., u. L. TASSIE: Proc. Phys. Soc. Lond. A **67**, 711 (1954).

¹⁴ NELSON, D. F., u. R. W. PIDD: Im Druck.

§ 3. Quelle

Die RaE-Quellen wurden aus einer basischen 80 mC-RaD-Lösung gewonnen. Man bringt dazu etwa 2 mg Fe als FeCl_3 in die Lösung. Das Eisen fällt als Hydroxyd aus und bindet adsorptiv das in der Lösung enthaltene RaE. Nach Abfiltrieren löst man den Niederschlag in HCl und fügt soviel NH_4OH hinzu, daß das Eisen gerade noch nicht ausfällt ($p_{\text{H}} = 2$ bis 3). Taucht man in diese Lösung Aluminium und erwärmt auf 80°C , so schlägt sich das RaE durch Eigenelektrolyse auf dem Aluminium nieder. Wir verdanken dieses Rezept Herrn Dr. SPANG und Herrn MARTIN (Forschungslabor der SSW-Werke Erlangen), die auch das erste Präparat für uns herstellten. Ihnen sei an dieser Stelle ausdrücklich gedankt.

Als Präparatträger diente eine 1 mg/cm^2 -Hostaphanfolie, auf die ein $0,2 \text{ mg/cm}^2$ -Aluminiumtaler aufgedampft war. Die Hostaphanfolie erwies sich beim Eintauchen in die 80° -Lösung als hitzebeständig. Nach einer Eintauchzeit von 30 bis 60 min begann sich der Al-Taler am Rand abzulösen. In diesem Moment wurde die Folie aus der Lösung herausgenommen. Aktivitätsausbeute 15 bis 30% der Gesamtaktivität.

Bei den Polarisationsmessungen zeigte sich, daß das RaE langsam verdampft und mit Vorliebe auf den Goldfolien kondensiert. Um diese radioaktive Verseuchung zu unterdrücken, wurde das Präparat mit einer etwa $0,1 \text{ mg/cm}^2$ -Astralonfolie überzogen. Auch die Streufoolie erhielt solche Überzüge, da das RaE auf Astralon weit schlechter kondensiert als auf dem Au. Trotz dieser Maßnahmen ließ sich eine allmähliche Apparaturverseuchung nicht ganz vermeiden. Es war daher nötig, durch Kontrollmessungen mit abgeschaltetem Elektronenstrahl laufend den Verseuchungsgrad der Streufolien zu kontrollieren, und als zusätzlichen Nulleffekt von der Zählrate bei eingeschaltetem Elektronenstrahl zu subtrahieren. Die Streufolien wurden durch unverseuchte ersetzt, wenn die Intensität der Verseuchungselektronen und die Streuintensität gleich groß waren.

Die Elektronen erleiden in der Quelle eine geringe Depolarisation, die von den Schichtdicken der Trägerfolien und der Dicke des eigentlichen Präparates abhängt. Die Depolarisation geht auf $\pi/2$ -Streuung in Präparat- und Trägerfolie und auf Kleinwinkelstreuung im Präparat zurück. Sie nimmt mit fallender Elektronenenergie rasch zu und läßt sich nach ⁸ berechnen. Die zur Berechnung nötige f -Funktion ist in ⁹ für beliebige Z -Werte angegeben.

Die Schichtdicke des RaE-Präparates wäre verschwindend klein, wenn die Quelle aus reinem RaE bestehen würde. Tatsächlich wird bei der Herstellung während der Fe-Fällung aus der RaD-Lösung neben dem RaE etwas RaD-Blei mitgerissen und bei der Selbstelektrolyse mit

dem RaE niedergeschlagen. Die RaD-Elektronen sind für unsere Messungen ohne Belang, da sie wegen ihrer geringen Energie nicht in den Zähler eindringen können. Durch Abklingmessungen bestimmten wir den Bruchteil an RaD-Aktivität einer Quelle (z.B. 16%) und daraus mit Hilfe der spezifischen Aktivität die Bleischichtdicke (z.B. 0,3mg/cm²). Die nach ⁸ berechnete Depolarisation betrug bei der kleinsten Energie 8%, bei den höheren Energien stets weniger als 5%.

§ 4. Messungen

Zur Messung dienten bisher zwei verschiedene RaE-Präparate von 30 bzw. 10 mC Aktivität und 0,3 bzw. 0,1 mg/cm² Schichtdicke. Die Messung erfolgte bei vier verschiedenen Elektronenenergien zwischen

Tabelle 1

Gruppe	Erlangen				Moskau	
Energie (keV)	120	155	209	290	125	390
$-Pc/v$	0,74 $\pm 0,04$	0,78 $\pm 0,03$	0,77 $\pm 0,04$	0,70 $\pm 0,08$	0,73 $\pm 0,06$	0,73 $\pm 0,06$

120 und 290 keV. Für niedere Energien werden die Störungen in der Quelle zu groß, für größere Energien treten technische Schwierigkeiten (Spannungsdurchbrüche und starke Röntgenstrahlung durch Feldemission) am Ablenkfeld auf. Erweiterung des Energiebereiches in beiden Richtungen ist geplant.

Unsere Meßergebnisse sind im linken Teil der Tabelle 1 zusammengefaßt. Vorläufige Resultate dieser Messungen wurden von uns in Phys. Rev. Letters¹⁵ mitgeteilt. Etwa gleichzeitig wurden Ergebnisse der Moskauer Mott-Streugruppe¹⁶ bekannt. Ihre Resultate im rechten Teil der Tabelle 1 stimmen mit unseren überein. Die Werte für Pc/v hängen danach im untersuchten Energiebereich im Rahmen der Fehler nicht von der Elektronenenergie ab. Der Mittelwert $-Pc/v = 0,75 \pm 0,02$ liegt etwa 10% unter dem von BÜHRING und HEINTZE⁷ angegebenen Wert $0,83 \pm 0,02$. Die Diskrepanz mag zum Teil darauf zurückzuführen sein, daß die von ihnen benützten Vergleichsstrahler keine volle Polarisation besitzen (vgl. Fußnote ** S. 239 von ⁷).

§ 5. Zeitumkehr

Seit der Lee-Yang-Wu-Entdeckung, daß die Gesetze des β -Zerfalls nicht invariant gegen Raumpiegelung P sind, interessiert ihre Invarianz

¹⁵ WEGENER, H., H. BIENLEIN u. H. v. ISSENDORFF: Phys. Rev. Letters **1**, 460 (1958).

¹⁶ ALIKHANOV, A., G. ELISEJEV u. B. LJUBIMOV: J. Exp. Theor. Fis. **35**, 1061 (1958).

gegen Zeitumkehr T und Ladungskonjugation C . Nach dem PCT -Theorem^{17,18} gilt Invarianz gegen PCT . Da die P -Invarianz nicht zutrifft, muß auch die C - oder (und) T -Invarianz verletzt sein.

Der β -Zerfall ist T -invariant, wenn seine Kopplungskonstanten C_i und C'_i mit $i = S, V, T, A, P$ reell sind. Da ein gemeinsamer Phasenfaktor der C_i physikalisch belanglos ist, interessieren nur die durch $C_i/C_j = \pm |C_i/C_j| e^{i\Theta_{ij}}$ definierten relativen Phasen Θ_{ij} *. Die Experimente sprechen heute für¹⁹⁻²¹ V - A -Wechselwirkung mit⁸ $C'_i = C_i$. Ein Zeitumkehrexperiment verlangt also die Bestimmung der Phase $\Theta_{AV} \equiv \Theta$. Findet man $\Theta = 0$, so gilt T -Invarianz.

Zur Θ -Messung sind von verschiedenen Autoren^{5, 22-24} verschiedene Verfahren vorgeschlagen worden. Zwei davon haben bisher zu bemerkenswerten Resultaten geführt: Rückstoßexperimente mit polarisierten Neutronen und Untersuchungen des $\text{RaE-}\beta$ -Zerfalls**. Aus Rückstoßexperimenten fanden TELEGDI et al.²⁵ bzw. ROBSON et al.²⁶ kürzlich: $\Theta = (5 \pm 9)^\circ$ bzw. $\Theta = (10 \pm 25)^\circ$. Beim RaE- Zerfall gibt es zwei Möglichkeiten: Analyse des Formfaktors $C(W)$ des β -Spektrums oder Untersuchung der longitudinalen Elektronenpolarisation $P(W)$. Der Formfaktor wird wie folgt definiert: Sei $N_0(W)$ das β -Spektrum eines erlaubten β -Strahlers mit der Ordnungszahl Z und der Grenzenergie W_0 . Das β -Spektrum eines beliebigen Strahlers mit gleichem Z und W_0 folgt daraus gemäß: $N(W) = C(W) \cdot N_0(W)$. Beim RaE- Zerfall erscheint Θ als $\cos\Theta$ im Formfaktor $C(W)$ und als $\sin\Theta$ in der Polarisation $P(W)$. Da Θ klein ist, ist eine P -Messung günstiger. Allerdings läßt sich bisher $C(W)$ wesentlich genauer messen als $P(W)$, so daß beide Möglichkeiten etwa gleichwertig sind. FUJITA et al.²⁷ folgern aus einer $C(W)$ -Analyse:

* Man wählt das Vorzeichen von $|C_i/C_j|$ so, daß Θ näher bei 0° als bei 180° liegt.

** Darüber hinaus untersuchten AMBLER et al.²¹ β - γ -Korrelationen von polarisiertem Mangan 52. Sie konnten zeigen, daß Θ zwischen -50° und $+70^\circ$ liegt.

¹⁷ PAULI, W.: Niels Bohr and the Development of Physics, p. 30. London 1955.

¹⁸ LÜDERS, G.: Kgl. danske Vidensk. Selsk. mat.-fys. Medd. **28** (1954).

¹⁹ GOLDBABER, M. V., L. GRODZINS u. A. W. SUNYAR: Phys. Rev. **109**, 1015 (1958).

²⁰ LAUTERJUNG, K. H., B. SCHIMMER u. H. MAIER-LEIBNITZ: Z. Physik **150**, 675 (1958).

²¹ HERRMANNSFELDT, W. B., R. L. BURMAN, P. STÄHELIN, J. S. ALLEN u. T. H. BRAID: Phys. Rev. Letters **1**, 61 (1958).

²² MORITA, M., u. R. S. MORITA: Phys. Rev. **107**, 1316 (1957).

²³ KOTANI, T., u. M. ROSS: Progr. Theor. Phys. **20**, 643 (1958).

²⁴ JACKSON, J. D., S. B. TREIMAN u. H. W. WYLD: Phys. Rev. **106**, 517 (1957).

²⁵ BURG, M. T., V. E. KROHN, T. B. NOVEY, G. R. RINGO u. V. L. TELEGDI: Phys. Rev. Letters **1**, 324 (1958).

²⁶ CLARK, M. A., J. M. ROBSON u. R. NATHANS: Phys. Rev. Letters **1**, 100 (1958).

²⁷ FUJITA, J., M. YAMADA, Z. MATUMOTO u. S. NAKAMIRA: Conference on Weak Interaction, Gatlinburg-Tenn-Beitrag E. 2.

²⁸ AMBLER, E., R. W. HAYWARDS, D. D. HOPPE u. R. P. HUDSON: Phys. Rev. **110**, 787 (1958).

$\Theta = (0 \pm 15)^\circ$. Wir zeigen im folgenden, daß die P -Messung der Tabelle 1 zu $\Theta = (1,6 \pm 8)^\circ$ führen. Sämtliche Messungen legen also $\Theta = 0$, d.h. T -Invarianz nahe.

§ 6. Der RaE-Zerfall

Hier sollen Ausdrücke für $C(W)$ und $P(W)$ angegeben und mit Meßresultaten verglichen werden. Einfach verbotene Übergänge wurden verschiedentlich theoretisch behandelt^{3-5, 23, 29-31}. Für den RaE- $(1^- \rightarrow 0^+)$ -Typ sind drei (reduzierte) Matricelemente $\langle ||i\vec{\sigma}|| \rangle$, $\langle ||\mathbf{r}|| \rangle$ und $\langle ||i\vec{\sigma} \times \mathbf{r}|| \rangle$ bedeutend. Die ersten beiden kommen mit C_V als Faktor vor. Sie sind vom Fermi-Typ. Das letzte Element vermittelt Gamow-Teller-Übergänge und enthält C_A als Faktor. $\langle ||i\vec{\sigma}|| \rangle$ ergibt die Nukleonengeschwindigkeit im Kern $\sim 1/4$ und unterscheidet sich damit von den beiden folgenden Elementen um einen Faktor der Größenordnung $\xi' = 1/4\rho$ mit ρ = Kernradius. Der Parameter $\xi' \gg 1$ ist etwa eben so groß wie ξ . Es ist üblich, statt der reduzierten Matricelemente durch:

$$\begin{aligned}\eta x &= -C_V \langle ||\mathbf{r}|| \rangle \\ \xi' \eta y &= -C_V \langle ||i\vec{\sigma}|| \rangle \\ \eta u &= +C_A \langle ||i\vec{\sigma} \times \mathbf{r}|| \rangle\end{aligned}$$

drei Kernparameter x, y, u von gleicher Größenordnung einzuführen. Der gemeinsame Faktor η wird so gewählt, daß $x=1$ wird. Die starke Wechselwirkung werde als T -invariant vorausgesetzt. Dann sind die reduzierten Matricelemente reell. Da C_V reell gewählt werden kann, ist mit $x=1$ auch y reell. u enthält C_A und daher die gleiche Phase wie C_A , also Θ . Wir setzen daher $u \Rightarrow u \cdot e^{i\Theta}$ mit u = reell.

Für die folgende Diskussion benützen wir die Bezeichnungsweise von KOTANI und ROSS²³. Sie berücksichtigen bei ihrer Behandlung des $1^- \rightarrow 0^+$ -Überganges den Einfluß von endlicher Kernaussdehnung und Beimischungen dreifach verbotener Übergänge. Dadurch erhöht sich die Zahl der dem Experiment anzupassenden Kernparameter von drei (x, y, u) auf acht. Damit ist aber eine sinnvolle Diskussion praktisch unmöglich.

Die zusätzlichen Parameter unterscheiden sich jedoch von x, y, u nur wenig oder sind sehr klein. Wir vernachlässigen diese Korrekturen, wenn wir bei KOTANI und ROSS²³ alle mit δ behafteten oder oben indizierten Kernparameter streichen und $x_0(\kappa) = 1$, $y_0(\kappa) = y$, $u_0(\kappa) = u$ unabhängig von κ setzen. Wir streichen darüber hinaus $(\alpha Z)^2$ gegen 1

²⁹ MATUMOTO, Z., u. M. YAMADA: Progr. Theor. Phys. **19**, 285 (1958).

³⁰ ROSE, M.E., u. C.L. PERRY: Phys. Rev. **90**, 479 (1953).

³¹ MORITA, M., u. R.S. MORITA: Phys. Rev. **109**, 2048 (1958).

und setzen deshalb die in³³ definierten Größen $I_0 = \gamma_1 = \lambda_1 = 1$. Solche Vernachlässigungen erscheinen zunächst zu grob; MATUMOTO und YAMADA³² konnten jedoch kürzlich zeigen, daß man trotzdem einen richtigen Ausdruck für den Formfaktor $C(W)$ erhält, wenn man statt der in ξ und ξ' enthaltenen Kernradien ϱ dort näher definierte effektive Kernradien $\varrho_1(r)$ und $\varrho_1(\vec{\sigma} \times r)$ einführt, die sich vom echten ϱ um z.B. 20% unterscheiden.

Für V - A -Wechselwirkung mit $C_i' = C_i$ ergibt sich damit

$$C(W) = Y^2 + \xi^2 u^2 (1 - \cos^2 \Theta) + \left. \begin{aligned} &+ \frac{2}{3} (W_0 - W) [Y(u \cdot \cos \Theta - 1) - \xi u^2 (1 - \cos^2 \Theta)] - \\ &- \frac{2}{3} \left(W - \frac{1}{W}\right) [Y(u \cdot \cos \Theta + 1) - \xi u^2 (1 - \cos^2 \Theta)] + \\ &+ \frac{W^2 - 1 + (W_0 - W)^2}{3} \left(1 + \frac{u^2}{2}\right) - \frac{2}{9} \left(W - \frac{1}{W}\right) (W_0 - W) \cdot (u^2 - 1) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

mit

$$Y = \xi' y - \xi (\varrho_1(\vec{\sigma} \times r) / \varrho_1(r) + u \cdot \cos \Theta); \quad \xi = \frac{\alpha Z}{2 \varrho_1(\vec{\sigma} \times r)}.$$

Y enthält $\xi' \sim \xi \sim 15$ als Faktor. Deswegen sind die beiden ersten Glieder in (2) im allgemeinen von der Größenordnung ξ^2 . Sie sind dann wesentlich größer als alle übrigen. Da sie energieunabhängig sind, erwartet man $C(W) = \text{const.}$ Das RaE bildet eine Ausnahme. Hier beobachtet man $C(W) \sim \text{const}/W$. Das ist mit (2) nur dann vereinbar, wenn die ξ^2 -Terme mit den folgenden energieabhängigen Gliedern vergleichbar sind. Damit z.B. der $\xi^2 u^2 (1 - \cos^2 \Theta)$ -Term nicht alle folgenden überwiegt, muß $u^2 (1 - \cos^2 \Theta)$ klein sein. Da sich zeigen läßt, daß u^2 mindestens von der Größenordnung $1/2$ ist [sonst läßt sich $C(W) \sim \text{const}/W$ nicht erreichen], muß auch $1 - \cos^2 \Theta$ klein sein, d.h. $\Theta \ll 1$. FUJITA et al.²⁷ zeigten durch eine $C(W)$ -Analyse dieser Art, daß $|\Theta| \leq 7^\circ$. Eine Mitberücksichtigung aller in (2) vernachlässigten Größen erhöht die obere Grenze für $|\Theta|$ allerdings auf 15° . Für $\Theta = 0$ finden sie, daß alle Y und u mit

$$\left. \begin{aligned} Y &= 2,54 u + 0,81 & u > 0,7 \\ Y &= 15,31 u - 8,95 & u < -6 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

mit den $C(W)$ -Messungen vereinbar sind³². Falls $\Theta \neq 0$ aber klein ist, ändert sich der erlaubte Y - u -Bereich nur unwesentlich, da in (2) nur $\cos \Theta$ eingeht.

³² FUJITA, J., M. YAMADA, Z. MATUMOTO u. S. NAKAMIRA; Progr. Theor. Phys. 20, 287 (1958).

§ 7. Diskussion der Polarisationsmessungen

Für die longitudinale Polarisation P erhält man in gleicher Weise wie (2) bei V - A -Wechselwirkung:

$$\left. \begin{aligned} P &= -\frac{v}{c} [1 - A(1 + B \sin \Theta)] \\ A &= \frac{2}{3} \cdot \frac{(1 + u \cos \Theta) Y - \xi u^2 \sin^2 \Theta - (W_0 - W)(u^2 - 1)}{W \cdot C(W)} \\ B &= (xZ) \frac{u' Y - \xi (q_1 / \vec{\sigma} \times \mathbf{r}) / (q_1(r) + u \cos \Theta)}{(1 + u \cos \Theta) Y - \xi u^2 \sin^2 \Theta - (W_0 - W)(u^2 - 1)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

In der Regel ist $A \ll 1$, also $P = -v/c$, da $C(W)$ im Nenner von der Ordnung $\frac{1}{2}$ ist. Das Krf bildet wieder eine Ausnahme wegen eines ungewöhnlich kleinen $C(W)$. Dadurch wird A mit 4 verglichen mit der $B \cdot \sin \Theta$ -Term läßt sich prüfen.

Zur Berechnung von P setzen wir in (4) für Y den „positiven $u > 0,7$ “ oder „negativen $u < -0,7$ “ Zweig aus (3) ein. Der negative Zweig führt auf $P \sim -0,96$, scheint also auf, da dieser Wert mit Tabelle 1 vereinbar ist.

Im untersuchten Energiebereich zwischen 120 und 170 keV liegen A und B nur schwach von der Energie ab. Da aus die Messungen (Tabelle 1) um den Wert $c/v = 1,5$ gruppiert, entsprechen wir A und B an dieser Stelle nach $A(c/v) = (c/v) - 1,5$. In Tabelle 2 sind A , B , $A' = dA/d(c/v)$ und $B' = dB/d(c/v)$ angegeben. Zur Berechnung wurde ein folgendes verfahren: 1. Da aus allen Messungen nach (1) $\cos \Theta = 1$ folgt, darf man $\sin \Theta = \Theta$ und $\cos \Theta = 1$ setzen. 2. Y wird gemäß (3) durch u ausgedrückt (positiver Zweig). 3. Der Zähler von B lautet dann ausgeschrieben:

$$(xZ) [u\{0,81 + (xZ)^2 q_1(r)\} + u^2\{2,54 + (xZ)^2 (q_1 / \vec{\sigma} \times \mathbf{r})\}.$$

Die effektiven Kernradien q_1 sind nicht genau bekannt. Sie sind von der Größenordnung des Kernradius $q = 1,2 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ cm. MATSUOKA und YAMADA²⁰ schätzen ab, daß 10 $q_1 = 0,90 \pm 0,02$ z, wobei z die Wahrscheinlichkeit bedeutet, daß ihre Abschätzung falsch ist ($z =$ „grade of risk“). Der wahrscheinlichste Wert für q_1 ist damit 1,11 q . Die Wahrscheinlichkeit, daß q_1 zwischen 1,04 und 1,19 liegt, ist 2%. PAPPAS et al.²² konnten speziell für den Fall des Krf zeigen, daß $0,7 q < q_1 < 1,7 q$. Daher haben wir in Tabelle 2 die wahrscheinlichsten und die maximal oder minimal möglichen B -Werte mitgestellt. In B' B geht das Verhältnis von q_1 nicht ein.

Entwickelt man nun A und B in der ersten Gl. (4) an der Stelle $c/v = 1,5$, so erhält man

$$-Pc/v = 1 - A(1 + 1,5 \cdot B \Theta) \left[1 + \left\{ \frac{A'}{A} + \frac{(1 + 1,5 \cdot B' / B) \cdot B \Theta}{1 + 1,5 \cdot B \Theta} \right\} A(c/v) \right]. \quad (5)$$

Dieser Ausdruck läßt sich direkt mit den Meßresultaten vergleichen. In Fig. 1 sind die Werte der Tabelle 1 über c/v aufgetragen. Beschreibt man die Meßpunkte durch $-Pc/v = a + b \cdot I(c/v)$, so folgt nach den Regeln der Aus-

Tabelle 2

u	0,7	1,0	2,0	∞
I	0,32	0,30	0,25	0,17
max	4,2	4,4	4,5	5,0
B wahrsch .	2,9	3,0	3,1	3,4
min	2,1	2,1	2,2	2,4
$I'A$	1,6%	5,6%	10,8%	17,6%
B'/B	4,0%	0,0%	-5,2%	-12,0%

gleichsrechnung: $a = 0,75 \pm 0,02$ und $b = 0,02 \pm 0,10$ und daraus durch

Vergleich mit (5): $A(1 + 1,5 \cdot B\Theta) = 0,25 \pm 0,02,$ (6)

$$A'/A + (1 + 1,5 \cdot B'/B) \cdot B\Theta/(1 + 1,5 \cdot B\Theta) = -0,08 \pm 0,40. \quad (7)$$

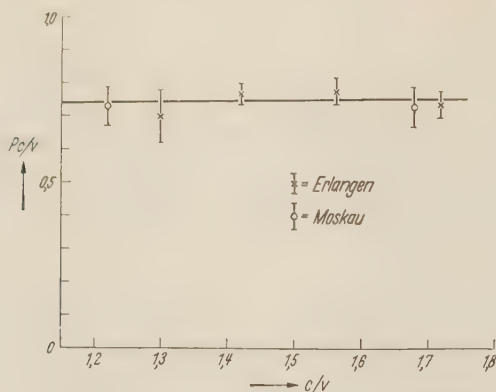


Fig. 1. Die Werte $-Pc/v$ aus Tabelle 1 aufgetragen über c/v . Die ausgezogene Gerade $-Pc/v = 0,75 + 0,02(c/v - 1,5)$ ist die beste Gerade nach den Regeln der Ausgleichsrechnung

Man hat damit zwei Möglichkeiten, um aus Polarisationsmessungen das Produkt $B\Theta$ zu bestimmen:

Weg I aus (6): Der Meßwert 0,25 folgt aus dem Mittelwert des Polarisationsgrades. Man benötigt A aus Tabelle 2.

Weg II aus (7): Diese Beziehung folgt aus der Energieabhängigkeit der Polarisation. Man benötigt A'/A und B'/B aus Tabelle 2.

Weg I: Man entnimmt A der Tabelle 2 und berechnet $B\Theta$ nach (6). Läßt man u alle erlaubten Werte durchlaufen, so gilt: $-0,19 < \Theta \cdot B < +0,38$. Da der wahrscheinlichste B -Wert ~ 3 ist, ergibt sich daraus $\Theta = (1,8 \pm 5,4)^\circ$. Zu einem vergleichbaren Resultat

($|\Theta| \leq 4,5^\circ$) gelangte auch die Moskau-Gruppe¹⁶ durch analoge Diskussion ihrer Meßpunkte aus Tabelle 1. Einzelheiten wurden bisher nicht bekannt.

Weg I kann jedoch systematische Fehler enthalten. Zur Auswertung benötigt man den genauen Wert $A(u)$. Der A -Nenner enthält den Formfaktor $C(W)$, in dem sich die großen Terme mehr oder weniger wegheben. Eine Mitberücksichtigung aller in §6 vor (2) aufgezählten kleinen Effekte kann den Wert von $C(W)$ und damit von A leicht um z.B. 50% verändern. So finden BINCER et al.³³ bei konstantem u für A -Werte zwischen 0,35 und 0,50 je nach Wahl der hier unterdrückten, die kleinen Effekte erfassenden Zusatzparameter.

Weg II ist dagegen von solchen Fehlern frei. (7) enthält zwar A'/A und B'/B , doch sind die genauen Werte wegen der Kleinheit dieser Größen belanglos. Aus (7) und Tabelle 2 folgt $B\Theta$ und daraus mit Hilfe

Tabelle 3

$u \dots$	0,7	1	2	∞
$B\Theta \dots$	$0,10 \pm 0,38$	$0,06 \pm 0,36$	$0,00 \pm 0,34$	$-0,06 \pm 0,30$
$\Theta \dots$	$(2,0 \pm 7,5)^\circ$	$(1,1 \pm 6,8)^\circ$	$(0,0 \pm 6,3)^\circ$	$(-1,1 \pm 5,0)^\circ$

des wahrscheinlichsten B -Wertes die Phase Θ . Die Resultate hängen etwas von u ab. Sie sind in Tabelle 3 mitgeteilt.

Man liest daraus ab: $\Theta = (1,6 \pm 8)^\circ$ für alle u .

Zum Abschluß folgende Bemerkung: Zur Berechnung von Θ aus $B\Theta$ benötigt man B . Bei der B -Berechnung nach (4) wurden Finite-Size-Effekte durch Einführung effektiver Kernradien in die $(\alpha Z)^2 = 0$ -Näherung berücksichtigt. Das führt nach³² für $C(W)$ zu brauchbaren Resultaten, könnte aber bei der B -Berechnung eine zu grobe Näherung sein. Es ist nun nicht schwer, B unter Beachtung von Finite-Size-Effekten nach KOTANI und ROSS²³ in guter Näherung abzuschätzen. Man setzt dazu für I_0 , γ_1 und λ_1 die exakten Werte ein. $g_0(\kappa)$ — (g steht für x, y, u) — ersetzt man, wie dort näher begründet, durch g für alle $\kappa < 0$ und durch $0,8 \cdot g$ für $\kappa = +1$. Die kleinen Größen $g_0^S(\kappa)$ und $g_0^T(\kappa)$ sind näherungsweise $0,3 \cdot g$. Effektive Kernradien ρ_1 gibt es in²³ nicht. Es ist also $\xi = \alpha Z / 2\rho$. Man erhält dann für B Werte, die um rund 30% größer sind als B_{warsch} aus Tabelle 2, aber noch im Bereich zwischen B_{max} und B_{min} liegen. Dadurch werden alle Θ -Fehler um 30% geringer als oben angegeben.

Ich danke Herrn Professor Dr. R. FLEISCHMANN für sein stets förderndes Interesse, den Herren H. BIENLEIN und H. v. ISSENDORFF für ihre Unterstützung bei der Durchführung und Auswertung der Polarisationsmessungen.

³³ BINCER, A., E. CHURCH u. J. WENESER: Phys. Rev. Letters **1**, 95 (1958)

